

## СТАНОВИЩЕ

**на дисертационен труд, представен за получаване на  
образователната и научна степен „доктор”**

**Автор на дисертационния труд: ас. Мария Димитрова Лимбъри**

**Тема на дисертационния труд: „Оптимални многонивови методи за  
конформни квадратични, биквадратични и бикубични крайни елементи”**

**Заявител за откриване на процедурата:** Научен съвет на Института  
по информационни и коммуникационни технологии – БАН, София

**Научна специалност:** 01.01.09 – Изчислителна математика

**Член на журито:** проф. д-р Михаил Д. Тодоров, кат. Диференциални  
уравнения, ФПМИ, ТУ – София

Представената дисертация на тема „Оптимални многонивови методи за  
конформни квадратични, биквадратични и бикубични крайни елементи” има  
обем от 131 стр., формат А4, в.t.ч. 34 фигури, 19 таблици и библиография от 75  
работи.

### 1. Актуалност на дисертационния труд

Темата е в областта на компютърното моделиране и безспорно е актуална и в  
теоретичен, и в приложен смисъл. Многомрежовите и многонивовите методи  
(известни като AMLI методи) като последователност от дискретизации заемат  
важно място в съвременните итерационни методи. Рекурсивни итерационни  
методи върху вложени мрежи за първи път са въведени през 60-те години на ХХ  
век и по-късно през 80-те и 90-те години са развити като конструкция на почти  
оптимален алгебричен многонивов метод. Изследването в този дисертационен  
труд цели разработване на оптимални многонивови преобусловители на базата  
на йерархични базисни разделения с конформни квадратични, биквадратични и  
бикубични крайни елементи за елептична гранична задача от втори ред.  
Дисертантката си е поставила за цел да направи още една стъпка в това  
направление, а именно да разработи и изследва свойствата на оптимални  
преобусловители и за случая на нейерархични базисни разделения с конформни  
квадратични елементи. Теоретичното изследване да бъде допълнено и  
потвърдено от анализ на проведени числени експерименти.

## **2. Анализ на състоянието на проблема**

Най-често използваните методи за решаване на линейни диференциални задачи са методът на крайните разлики и методът на крайните елементи. Съответните дискретизации водят до решаване на големи алгебрични системи с разредени матрици. Дискретизацията с конформни линейни крайни елементи е най-добре изученият случай (засега), но съответните алгоритми не са робастни. Това налага използването на крайни елементи от по-висок ред, които обаче са изучени в значително по-малка степен. Това е основна предпоставка за изследванията, заложени и проведени в настоящия дисертационен труд.

## **3. Методика на изследванията**

Методиката на изследванията е подчинена изцяло на целите на дисертацията, а именно изчислителна сложност, скорост на сходимост и робастност на итерационните методи. Формулирани и доказани са множество твърдения с конструктивен характер (теореми) и спомагателен характер (леми). Количество оценка за изчислителната сложност е броят на аритметичните операции за обръщането на преобусловителя, а за скоростта на сходимост – спектралното число на обусловеност. За AMLI методите оценка на числото на обусловеност може да бъде направена с помощта на усиленото неравенство на Коши-Буняковски-Шварц.

## **4. Характеристика и оценка на получените резултати**

Цел на дисертационния труд е създаване и изследвани на AMLI преобусловители както с йерархична, така и нейерархична крайноелементна дискретизация с конформни квадратични, биквадратични и бикубични елементи. В Глава 1, в която има и елементи с уведен характер са описани основните методи, които се използват за приближено решаване на диференциални задачи, обект на математическо и компютърно моделиране. Акцентът на анализа е върху методите на крайните елементи и на възможността и необходимостта от използване на конформни линейни и от по-висок ред крайни елементи. Отделено е нужното внимание на метода на спрегнатия градиент с преобуславяне, като съвременен метод с ефективна паралелна реализация. Формулирани са основните цели на дисертацията и е направено въведение в теорията на оптималните алгебрични многонивови методи. В Глава 2 е направена мотивация на изследването на йерархични базисни разпределения за конформни квадратични крайни елементи при разработването на робастни многонивови методи. Получена е елементната матрица на коравина за конформен квадратичен квадратичен елемент и е показана основна трансформационна връзка между крайноелементните функции на два различни елемента. Описани са основните техники за получаване на йерархични двунивови разделяния и е разгледана ортотропната елиптична задача. Основна теорема тук е, че AMLI преобусловителят с конформни крайни елементи има изчислителна сложност от оптимален ред, равномерна спрямо мрежова и коефициентна анизотропия за степен  $v=3$  и параметър  $p=4$ . В Глава 3 за първи път са построени робастни многонивови преобусловители за йерархични базисни разделяния на пространствата на конформни биквадратични и бикубични функции. Те са изведени за ортотропната елиптична гранична

задача от втори ред върху полигон и сгъстяването на мрежата се извършва по процедурата SC (semi-coarsening). И тук основният резултат е аналогичен на този от Глава 2, а именно че AMLI преобусловителят с конформни биквадратични крайни елементи има изчислителна сложност от оптимален ред, равномерна спрямо мрежова и коефициентна анизотропия за стойности на параметрите  $\rho=2$ ,  $v=3$ ,  $k_0=2$  и четно  $k$ . Доказани са теореми, касаещи балансираната SC процедура за биквадратични елементи. В Глава 4 е предложена алтернативна техника за получаване на робастни многонивови преобусловители, избягваща използването на йерархичен базис, като метод за решаване на силно анизотропни елиптични крайно-елементни системи с базис конформни квадратични елементи. Представена е рекурсивна конструкция на многонивови методи, базирани на апроксимация на допълнението на Шур върху редици от вложени разширени мрежи. Построен е алгоритъм и са проведени числени експерименти върху няколко представителни тестови задачи и по този начин е илюстрирано поведението на нелинейния AMLI метод, базиран на рекурсивно прилагане на оператор на изглажддане и двунивов преобусловител.

## **5. Преценка на авторската справка**

Авторската справка отразява приносите и акцентите в дисертацията като цяло. Приносите имат както научен, така и научно-приложен характер. Те могат да се оценят като колективно дело, но с нейна водеща роля и под ръководството на научния ръководител. Всички те могат да бъдат причислени към направленията „Новост в науката“ и „Обогатяване на съществуващи знания“, а резултатите, формулирани в Глава 4 от авторската справка могат да имат приносен характер и в направлението „Приложение на научни постижения в практиката“ (на този етап при решаване на тестови задачи, а в перспектива и на реални проблеми на математическото моделиране и изчислителната математика).

## **6. Критични бележки по трудовете и литературна осведоменост на дисертанта**

Дисертацията е написана на правилен български език, изложението е стегнато и логически последователно. Нямам критични бележки по същество.

Литературната осведоменост на дисертантката по правило е много добра и се основава на най-нови източници.

## **7. Публикации по дисертацията**

Представеният списък на публикациите включва 8 заглавия, всички на английски език, от които 2 в списания с импакт-фактор, 4 в рецензиирани международни поредици с SJR, 1 глава в юбилеен сборник, както и един разширен абстракт в сборника BGSIAM'10. Всички публикации са в съавторство с двама или трима съавтори – сред тях научният ръководител проф. Маргенов и научният консултант доц. Краус. Юбилейният сборник и една от журналните статии са под печат. Не считам, че липсата на самостоятелни публикации е пропуск на дисертантката. Напротив, приносът ѝ в съвместните

публикации с научния ръководител и научния консултант е поне равностоен и приемам, че основните резултати в дисертационния труд са лично дело на дисертантката.

Други данни за публикациите могат да се видят в представената таблица.

**Таблица:** Справка за трудовете

Глави от книги – 1 бр.	Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, jubilee volume
Статии – 7 бр.	У нас - 1 бр. <i>BGSIAM'10</i> В чужбина - 6 бр. <i>Cent. Eur. J. Math.-1 бр., Num. Linear Algebra Appl.-1 бр., LNCS-2 бр., AIP CP-2 бр.</i>
Доклади на международни научни прояви – 8 бр.	У нас - 6 бр. ( <i>NMA'10, LSSC'11, AMiTANS'11, AMiTANS'12, BGSIAM'10, ИИКТ-БАН</i> ) В чужбина - 2 бр. ( <i>Eur. Congress on Comp. Meth. in Appl. Sci. and Engineering-Виена, Йохан Радон Институт-Виена</i> )
Участие в научни проекти	У нас – 3 (НФНИ) Международни – 1 (FP7)

След направена справка в Google Scholar установих, че са налице 2 независими цитирания на статията в Numer. Linear Algebra Appl.

## 8. Новост на получените резултати

В Глава 2 са получени условията за оптималност на AMLI методите, с което е показана оптималността на предложения многонивов преобусловител за случая на ортотропни елиптични крайно-елементни задачи.

В Глава 3 за SC AMLI методите за преобуславяне на ортотропни елиптични задачи върху биквадратични и бикубични елементи са получени преобусловители с оптимална изчислителна сложност. Доказано е, че оценките са равномерни спрямо броя на нивата на нивата на сгъстяване, скоковете на коефициентите и мрежовата ортотропия на разглежданата задача.

В Глава 4 са доказани равномерни оценки, от които следва оптимална изчислителна сложност на метода на преобуславяне за нов клас оптимални многонивови AMLI методи за силно анизотропни елиптични задачи с квадратични конформни крайни елементи. Създадени са алгоритми за програмна реализация на разработените методи, които потвърждават тяхната оптималност и асимптотичната точност на доказаните равномерни оценки.

## 9. Приложение на резултатите в практиката

Разработеният софтуер и алгоритми, както и проведените компютърни симулации за проверка на методите върху тестови задачи потвърждават тяхната оптималност и адекватност на доказаните равномерни оценки. Това дава достатъчно основание да се предположи, че разработените методи могат да се алгоритмизират за решаване и на двумерни гранични задачи, описващи сложни

процеси с приложна насоченост и значение, вкл. и паралелно програмиране.

#### **10. Преценка на автореферата**

Авторефератът отразява правилно и пълно съдържанието на дисертационния труд.

#### **11. Лични впечатления**

Познавам бегло дисертантката. Присъствах на предзащитата на дисертационния й труд в ИИКТ. От направеното експозе, както и от проведената дискусия останах с отлични впечатления.

#### **Заключение**

Считам, че темата на дисертационния труд е актуална, получените резултати отговарят и дори превишават изискванията на ЗРАСРБ, ППЗРАСБ и ПБАН за получаване на ОНС "доктор". Дисертантката е извършила задълбочено изследване – теоретично и програмно на критериите за оптималност и асимптотична точност на многонивов метод с квадратични конформни елементи за елиптични гранични задачи от втори ред, както и за силно анизотропни елиптични задачи, изследвала е методи от тип SC AMLI за преобуславяне на ортотропни елиптични задачи с биквадратични и бикубични елементи с оптимална изчислителна сложност .

Въз основа на гореказаното убедено препоръчвам на Почитаемото НЖ да да бъде дадена образователната и научна степен "доктор" на г-жа ас. Мария Димитрова Лимбъри по научната специалност 01.01.09 – Изчислителна математика.

София, 27 август 2013 г.